

Departamento de Estatísticas Demográficas e Sociais  
Serviço de Estatísticas Demográficas

## Documento Metodológico

Operação estatística: Tábuas Completas de Mortalidade

Código: 84

Versão: 1.0

Maio de 2010

## **INTRODUÇÃO**

Desde 1990, que o Instituto Nacional de Estatística (INE) divulga anualmente valores para a esperança média de vida para a população residente em Portugal com base em tábuas de mortalidade abreviadas bienais para homens, mulheres e sexos reunidos. Os últimos dados divulgados referem-se ao biénio 2005/2006.

Os desenvolvimentos demográficos recentes, nomeadamente o fenómeno do aumento da longevidade humana, evidenciaram algumas limitações da metodologia. Por um lado, as referidas tábuas, excepto para os 0 anos e para o grupo etário 1 a 4 anos, reportam dados para grupos etários quinquenais, não permitindo obter esperanças de vida para idades intermédias aos intervalos quinquenais. Por outro, o fecho da tábua ocorre no grupo etário aberto, 85 e mais anos, não possibilitando a análise do padrão de comportamento da mortalidade em idades às quais um número crescente de pessoas sobrevive e nas quais se verifica a maior concentração de óbitos.

Por estas razões, o INE considerou pertinente a reanálise da metodologia de construção das tábuas de mortalidade e, consequentemente, dos métodos de cálculo da esperança de vida. O estudo, iniciado em 2006, culminou com a apresentação, em Novembro de 2007, ao Conselho Superior de Estatística, de uma metodologia para construção de tábuas completas oficiais de mortalidade.

As tábuas de mortalidade oficiais para Portugal, divulgadas a partir de 2008, são tábuas de mortalidade completas por idade ano a ano até aos 100 anos, para homens e mulheres e sexos reunidos, a partir das quais se obtém os valores oficiais da esperança média de vida.

## **I – CARACTERIZAÇÃO GERAL**

### **1. Código/Versão/Data**

84 / 1.0

### **2. Código SIGINE**

DM0046

### **Designação**

Tábuas Completas de Mortalidade

### **4. Actividade Estatística**

31 – População

314 – Estatísticas de síntese demográfica

243 – Tábuas Completas de Mortalidade e Esperanças Médias de Vida

### **5. Objectivos**

O estudo estatístico "Tábuas Completas de Mortalidade" tem como principal objectivo disponibilizar as funções da tabela de mortalidade, nomeadamente esperanças médias de vida, quocientes de mortalidade, sobreviventes em 100 mil nados-vivos, óbitos entre as idades exactas  $x$  e  $(x+1)$ , sobreviventes entre as idades exactas  $x$  e  $(x+1)$ , anos completos após a idade  $x$ .

### **6. Descrição**

A construção das tábuas de mortalidade e o cálculo da esperança média de vida da população é um estudo estatístico que se realiza anualmente, abrangendo toda a população de Portugal, com base em informação proveniente de outras operações estatísticas, da área da demografia, desenvolvidas pelo INE.

Este estudo enquadra-se no âmbito dos projectos de produção de estatísticas derivadas, uma vez que a informação produzida consiste na integração de dados de várias fontes de produção estatística primária.

O período de referência das tábuas completas de mortalidade é de 3 anos consecutivos.

A maior desagregação territorial do cálculo das tábuas de mortalidade é NUTS III, embora apenas se divulguem, para estas regiões, as esperanças de vida à nascença

e aos 65 anos. Para Portugal, regiões NUTS I e NUTS II são divulgadas tábuas completas de mortalidade segundo o sexo, por idade ano a ano, até aos 100 anos.

**7. Entidade Responsável**

INE/DES/DM (Instituto Nacional de Estatística/Departamento de Estatísticas Sociais/Serviço de Estatísticas Demográficas)

Edviges Coelho ([edviges.coelho@ine.pt](mailto:edviges.coelho@ine.pt))

Joana Malta ([joana.malta@ine.pt](mailto:joana.malta@ine.pt))

Telefone: 218426100

Fax: 218426365

**8. Relacionamento com o EUROSTAT/ Outras Entidades**

Não se aplica

**9. Financiamento**

Operação financiada na sua totalidade pela entidade responsável.

**10. Enquadramento Legal**

Dec. Lei N.º 187/2007 de 10 de Maio (art.º 35)

**11. Obrigatoriedade de resposta**

SEN: Não

EUROSTAT: Não

**12. Tipo de Operação Estatística**

Estudo estatístico.

**13. Tipo de Fonte(s) de Informação**

Outras Operações Estatísticas.

**14. Periodicidade de realização da operação**

Anual

**15. Âmbito Geográfico**

País

**16. Utilizadores da Informação**

**Internos ao SEN:**

INE / DES – Departamento de Estatísticas Demográficas e Sociais; Direcção Regional de Estatística da Madeira (DREM); Serviço Regional de Estatística dos Açores (SREA)

**Nacionais:**

Administração Pública Central:

Ministério do Trabalho e da Solidariedade Social (MTSS);

Ministério da Saúde – Alto-comissário da Saúde (ACS).

Pessoas singulares: comunicação social e outros utilizadores individuais.

O MTSS utiliza o valor provisório para a Esperança de Vida aos 65 anos, que o INE disponibiliza todos os anos. Desconhecemos quais os eventuais indicadores da tábua utilizados pelos restantes utilizadores.

**17. Data de início**

O cálculo das tábuas completas de mortalidade pela presente metodologia iniciou-se em 2007, tendo sido construída uma série retrospectiva para as regiões Nuts II até ao triénio 1999-2001, e para Portugal, a partir de 1980-1982, embora o INE entre 1990 e 2005 tenha divulgado valores para a esperança média de vida com base em tábuas de mortalidade abreviadas, calculadas com recurso a uma metodologia diferente.

**18. Produtos****Padrão de qualidade**

Valor provisório para a esperança de vida aos 65 anos – Novembro do ano  $n$ , para o período  $(n-2) - n$ ;

Tábua completa de mortalidade definitiva para Portugal – Maio do ano  $n+1$ , para o período de referência  $(n-2) - n$ ;

Tábua completa de mortalidade para Nuts I e Nuts II e esperanças de vida à nascença e aos 65 anos para Nuts III – Novembro do ano  $n+1$ , para o período de referência  $(n-2) - n$ .

**Produtos a disponibilizar:**

Designação: Tábuas Completas de Mortalidade (quocientes de mortalidade; sobreviventes em cada idade exacta  $x$ ; óbitos em cada idade; sobreviventes em anos completos; anos completos após a idade  $x$ ; esperança de vida completa à idade  $x$ )

Tipo de Resultados: Destaque e indicadores no Portal

Periodicidade: Anual

Deseg. Geográfica Max.: NUTS II

Disponibilização: Portal do INE

Utilizadores: Departamento de Estatísticas Sociais (DES) - Internos; Delegações Regionais (INE) – Internos; Direcção Regional de Estatística da Madeira (DREM) – Nacionais; Serviço Regional de Estatísticas dos Açores (SREA) – Nacionais; Ministério do Trabalho e da Solidariedade Social (MTSS) – Administração Central; Alto-Comissariado da Saúde (ACS) - Administração Central; Internacionais; Investigadores – Nacionais; Estudantes – Nacionais.

Designação: Esperança de vida à nascença e Esperança de vida aos 65 anos

Tipo de Resultados: Indicadores no Portal

Periodicidade: Anual

Deseg. Geográfica Max.: NUTS III

Disponibilização: Portal do INE

Utilizadores: Departamento de Estatísticas Sociais (DES) - Internos; Delegações Regionais (INE) – Internos; Direcção Regional de Estatística da Madeira (DREM) – Nacionais; Serviço Regional de Estatísticas dos Açores (SREA) – Nacionais; Ministério do Trabalho e da Solidariedade Social (MTSS) – Administração Central; Alto-Comissariado da Saúde (ACS) - Administração Central; Internacionais; Investigadores – Nacionais; Estudantes – Nacionais.

## **II - CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA**

### **19. População**

População presente em território nacional

### **20. Base de Amostragem (inquérito amostral ou recenseamento)**

Não se aplica.

### **21. Unidade(s) Amostrais (inquérito amostral ou recenseamento)**

Não se aplica.

### **22. Unidade(s) de Observação**

Não se aplica.

### **23. Desenho da Amostra (inquérito amostral)**

Não se aplica.

### **24. Desenho do Questionário**

Não se aplica.

### **25. Recolha de Dados**

Designação: Número de óbitos por sexo, idade ano a ano, ano de nascimento e residência do falecido; estimativas da população residente por sexo e idade ano a ano; número de nados-vivos por sexo.

Período de referência: 3 anos civis.

Observações: Constituem fontes de informação: "Estimativas provisórias da população residente a 31/12", "Óbitos gerais da população", "Nados-vivos". Ver respectivos documentos metodológicos.

### **26. Tratamento dos dados**

A tábua de mortalidade, de vida ou de sobrevivência é um modelo tabular de análise demográfica que sintetiza um conjunto de funções básicas que permitem analisar, numa determinada população, o fenómeno da longevidade e efectuar juízos probabilísticos sobre a evolução da mortalidade. A tábua de mortalidade constitui uma ferramenta estatística usada frequentemente por demógrafos, actuários, médicos e outros investigadores no domínio da saúde pública.

As tábuas de mortalidade diferenciam-se pelas características da população analisada (sexo, grupo de risco, etc.) e por um conjunto de aspectos metodológicos que presidem à sua construção (e.g., referência a gerações reais ou fictícias, amplitude do intervalo de idades no qual assenta a informação e indexação (ou não) da tábua a um tempo cronológico).

A tábua de mortalidade contemporânea assenta na análise de uma geração fictícia que é sujeita às condições de mortalidade observadas num determinado momento.

Neste sentido, as funções da tábua representam a experiência de uma geração fictícia de novos nascimentos (denominada raiz da tábua, que assume, regra geral, o valor 100000), sujeita às taxas de mortalidade observadas para cada idade num determinado momento no tempo. Por definição, admite-se que se trata de uma coorte fechada a novos ingressos (i.e., não são admitidos novos nascimentos e não são observados fenómenos de emigração ou imigração) pelo que, apenas pelo falecimento, é possível deixar de fazer parte desta geração.

As funções básicas de uma tábua de mortalidade completa são:  $q_x$ ,  $l_x$ ,  $d_x$ ,  $L_x$ ,  $T_x$  e  $e_x$ . Estas funções são apresentadas sob a forma de uma tabela com a seguinte configuração base:

[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]
Idade	$q_x$	$l_x$	$d_x$	$L_x$	$T_x$	$e_x$
0	0.003963	100000	396	99754	7783200	77.83
1	0.000489	99604	49	99580	7683446	77.14
2	0.000342	99555	34	99538	7583866	76.18
3	0.000191	99521	19	99511	7484329	75.20
...	...	...	...	...	...	...

onde:

**Coluna 1** – Idade ( $x$  a  $x+1$ ) - Intervalo entre duas idades exactas. Em termos discretos, um indivíduo com “idade  $x$ ” tem uma idade exacta (ou idade após o último aniversário) no intervalo  $[x, x+1)$ .

**Coluna 2** – Quociente de mortalidade ( $q_x$ ) – Probabilidade de um indivíduo que atingiu a idade  $x$  falecer antes de alcançar a idade  $x+1$ .

**Coluna 3** – Sobreviventes em cada idade exacta  $x$  ( $l_x$ ) – Número de indivíduos da geração fictícia inicial que sobrevivem até ao início de cada intervalo de idades (até à idade  $x$ ).

**Coluna 4** – Óbitos em cada idade ( $d_x$ ) – Número de óbitos da geração inicial registados entre as idades exactas  $x$  e  $x+1$ .



**Coluna 5** – Sobreviventes em anos completos ( $L_x$ ) – Número total de anos completos vividos pelos  $l_x$  sobreviventes da geração inicial entre as idades exactas  $x$  e  $x+1$ .

**Coluna 6** - Anos completos após a idade  $x$  ( $T_x$ ) - Total de anos completos vividos pelos  $l_x$  sobreviventes após a idade  $x$ .

**Coluna 7** – Esperança de vida completa à idade  $x$  ( $e_x$ ) – Número esperado de anos de vida futura dos indivíduos que atingiram a idade  $x$ .

## CÁLCULO DOS QUOCIENTES DE MORTALIDADE

Um evento demográfico (e.g., um óbito) é caracterizado por três coordenadas que representam as três formas pelas quais o tempo intervém no estudo: (i) a data em que este se produz, (ii) a idade do indivíduo abrangido pelo evento e (iii) a sua data de nascimento. Os pontos referentes aos acontecimentos demográficos são contabilizados em triângulos que representam a dupla classificação, i.e., por idade e por data de nascimento. Para ilustrar esta relação e o método de cálculo dos quocientes, representamos na Figura 1 a linha de vida de um indivíduo no diagrama de Lexis.

Ele nasce no momento  $t_0$  e morre no momento  $t_1$  à idade  $x_1$ , entre as idades exactas (datas de aniversário)  $x$  e  $x+1$ . O segmento de recta vertical a azul representa o número de indivíduos que no momento  $t$  (início do ano civil) têm  $x$  anos de idade, i.e., o número de sobreviventes  $P_{x,t}$  de idade  $x$  no instante  $t$ . O segmento de recta horizontal a vermelho representa o número de indivíduos que no ano  $t$  cumpriram o  $x^{\text{ésimo}}$  aniversário, i.e., o número de sobreviventes à idade  $x$  provenientes da geração nascida no ano  $g = t - x$ .

No decurso do ano  $t$ , são registados  $d_{x,t}$  óbitos entre os indivíduos com  $x$  anos inteiros vividos, localizados num quadrado delimitado pelas coordenadas  $ABCD$ , provenientes de duas gerações distintas. Este quadrado pode ser decomposto em dois triângulos: um triângulo inferior  $ACD$ , que agrega os óbitos  $d_{x,t,g}^L$  registados no ano  $t$  entre os indivíduos oriundos da geração nascida em  $g = t - x$  e um triângulo superior  $ABC$ , que agrupa os óbitos  $d_{x,t,g-1}^U$  registados no ano  $t$  entre os indivíduos oriundos da geração nascida em  $g - 1 = t - x - 1$ .

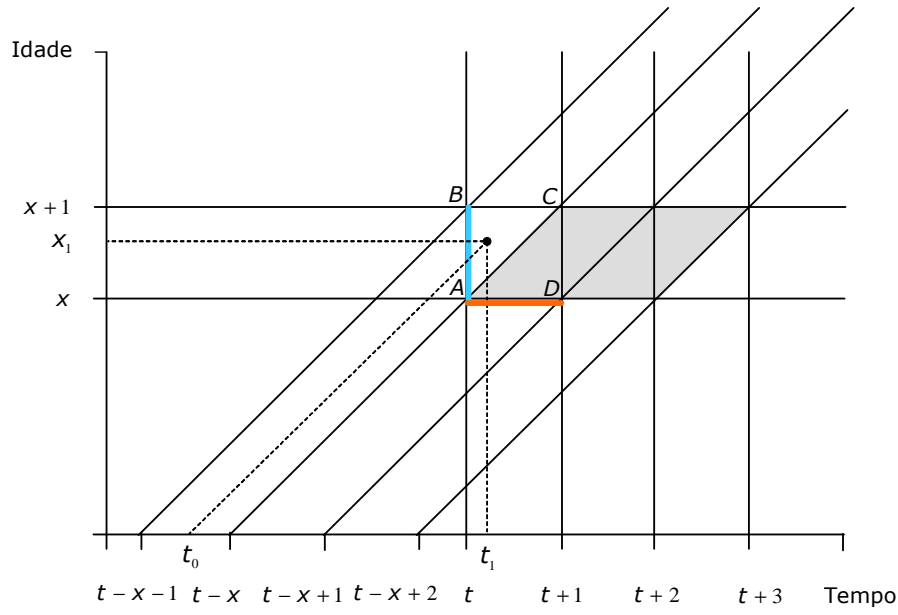


Figura 1: Diagrama de Lexis

O método de cálculo dos quocientes de mortalidade relativos a cada intervalo de idades  $[x, x+1)$  baseia-se na informação recolhida em três anos civis consecutivos, designados por  $t$ ,  $t+1$  e  $t+2$ . A estimativa da probabilidade de óbito  $q_x$  ( $x=1,2,\dots$ ) é dada pela razão entre o número de óbitos registados à idade  $x$ , entre os indivíduos oriundos das gerações  $g=t-x$  e  $g+1=t-x+1$ , e o número de indivíduos das gerações  $g$  e  $g+1$  que atingem a idade  $x$ . Em termos formais,

$$\hat{q}_x = \frac{d_{x,t,g}^L + d_{x,t+1,g}^U + d_{x,t+1,g+1}^L + d_{x,t+2,g+1}^U}{P_{x,t+1} + d_{x,t,g}^L + P_{x,t+2} + d_{x,t+1,g+1}^L} \quad (2)$$

A probabilidade de óbito no primeiro ano de vida (i.e., à idade  $x=0$ ),  $q_0$ , é estimada por:

$$\hat{q}_0 = \frac{d_{0,t,t}^L + d_{0,t+1,t}^U + d_{0,t+1,t+1}^L + d_{0,t+2,t+1}^U}{NV_t + NV_{t+1}} \quad (3)$$

onde  $NV_t$  denota o número de nados vivos do ano  $t$ .

## 27. Tratamento de não respostas

Não aplicável.

## **28. Estimação e obtenção de resultados**

O método de cálculo dos quocientes brutos de mortalidade é idêntico para todas as desagregações territoriais (Portugal, Nuts I, Nuts II e Nuts III).

No caso das tábuas completas de mortalidade para Portugal e Continente, são utilizados os quocientes brutos de mortalidade e é aplicado o método de fecho e extrapolação dos quocientes de mortalidade nas idades mais avançadas.

Para o cálculo das tábuas completas de mortalidade para as regiões Nuts II e Nuts III aplica-se aos quocientes brutos de mortalidade o método de graduação, sendo posteriormente aplicado o método de fecho e extrapolação dos quocientes de mortalidade nas idades mais avançadas.

Os valores para as esperanças médias de vida e restantes funções da tábua de mortalidade correspondem a estimativas, calculadas com base em dados e modelos estatísticos e não devem ser interpretados como indicadores determinísticos. Contudo, se admitirmos a hipótese de que as condições empíricas de mortalidade observadas no período de referência da tábua de mortalidade se mantêm constantes é possível, numa determinada população, efectuar juízos probabilísticos sobre a evolução do fenómeno da longevidade. Neste sentido, ligeiras oscilações nestes indicadores entre diferentes períodos devem ser interpretadas no contexto metodológico explicitado, sobretudo na leitura de indicadores com um detalhe regional mais fino.

### **MÉTODO DE GRADUAÇÃO DOS QUOCIENTES BRUTOS DE MORTALIDADE**

Nas subpopulações correspondentes às regiões NUTS II e NUTS III, a menor dimensão da amostra, a ausência de óbitos em algumas idades e a maior volatilidade dos quocientes de mortalidade entre idades adjacentes aconselham a utilização de técnicas de graduação (alisamento) da série de estimativas brutas de modo a melhor reflectir as características da mortalidade da população analisada. Na literatura demográfica e actuarial, os métodos de graduação são habitualmente classificados em métodos de ajustamento gráfico, métodos de natureza paramétrica e métodos ditos não-paramétricos (para uma revisão da literatura sobre este tema veja-se, e.g., Pitacco (2000) e Bravo (2007)).

De entre os inúmeros métodos de graduação analisados, a opção final recaiu sobre a aplicação de um método de natureza paramétrica, especificado no contexto dos

denominados modelos lineares generalizados (Generalized Linear Models, GLMs).<sup>1</sup> Os métodos de graduação paramétricos baseiam-se no pressuposto de que os quocientes de mortalidade  $q_x$  podem ser expressos sob a forma de uma função  $f(x, \theta)$  da idade  $x$  e de um conjunto (limitado)  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)'$  de parâmetros desconhecidos, estimados a partir das estimativas brutas  $Q = (\hat{q}_x : x = x_{\min}, \dots, x_{\max})$ . A sua especificação no contexto dos GLMs possibilita a extensão dos clássicos modelos lineares para distribuições da variável de resposta não normais e transformações não lineares.

Os modelos lineares generalizados caracterizam-se por três ingredientes básicos:

- a) Uma variável de resposta, observada independentemente para valores fixos das variáveis explicativas;
- b) Um conjunto de variáveis explicativas incorporadas num previsor linear.
- c) Uma função de ligação (link) invertível, que relaciona a variável de resposta com o previsor linear.

Em termos mais formais, considere-se um conjunto de idades consecutivas, observáveis em intervalos de tempo inteiros, e as respectivas séries observadas de óbitos  $D_x$  e de população exposta ao risco  $E_x$ , relativas à idade  $x$ . Considere-se que a variável aleatória número de óbitos  $D_x$  segue uma distribuição Binomial com óbitos independentes entre si, i.e.,  $D_x \sim \text{Binomial}(E_x, q_x)$ . Neste caso, a expressão geral da função de verosimilhança é dada por

$$L(q) = \prod_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \binom{E_x}{d_x} q^{d_x} (1-q)^{E_x-d_x}. \quad (4)$$

Para efectuar a graduação, recorremos a uma família de funções paramétricas proposta originalmente pelo Continuous Mortality Investigation Bureau (CMIB), denominadas de *Gompertz-Makeham* de tipo  $(r,s)$ ,  $GM_{\theta}^{r,s}(x)$ , definidas por

$$GM_{\theta}^{r,s}(x) = \sum_{i=0}^{r-1} \alpha_i x^i + \exp\left(\sum_{j=0}^{s-1} \beta_j x^j\right), \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> Para uma análise detalhada dos modelos lineares generalizados veja-se, por exemplo, McCullagh e Nelder (1989).

onde  $r$  e  $s$  assumem valores inteiros não negativos e  $\theta = (\alpha_0, \dots, \alpha_{r-1}; \beta_0, \dots, \beta_{s-1})$  é um vector de parâmetros. Neste caso em particular, a graduação dos quocientes  $q_x$  envolveu a aplicação da transformação logit considerando um *previsor linear* do tipo Gompertz-Makeham, ou seja, de uma função *Logit-Gompertz-Makeham* de tipo  $(r,s)$ ,  $LGM_\theta^{r,s}(x)$ , definida por

$$LGM_\theta^{r,s}(x) = \frac{GM_\theta^{r,s}(x)}{1 + GM_\theta^{r,s}(x)}. \quad (6)$$

A metodologia do CMIB preconiza ainda a utilização de uma base ortogonal para os polinómios da equação  $GM_\theta^{r,s}(x)$ , destacando-se em particular as potencialidades oferecidas pelos polinómios de Chebycheff ou pelos polinómios de Legendre.

Logaritimizando a função de verosimilhança e desprezando os termos constantes, os coeficientes  $\theta = (\alpha_r; \beta_s)$  das funções  $GM_\theta^{r,s}(x)$  são estimados por máxima verosimilhança ou, o que é equivalente, resolvendo o seguinte problema de minimização

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left\{ \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} E_x \log(1 + GM_\theta^{r,s}(x)) - d_x \log(GM_\theta^{r,s}(x)) \right\} \quad (7)$$

O procedimento de graduação inicia-se com a determinação da ordem  $(r,s)$  da fórmula de Gompertz-Makeham que melhor ajusta os dados. Neste sentido, em cada população são testadas diferentes combinações fazendo variar  $r$  e  $s$  no intervalo  $r \in [0, 4]$  e  $s \in [2, 7]$ . A escolha do modelo óptimo baseia na avaliação de um conjunto de indicadores estatísticos de qualidade do ajustamento (deviance, chi-quadrado, valor da função objectivo, teste dos sinais, teste das mudanças de sinal, teste de Kolmogorov-Smirnov para a igualdade entre a distribuição observada e a distribuição estimada e testes de autocorrelação de Portmanteau e de Ljung-Box, significância dos parâmetros) e na capacidade deste para gerar perfis de mortalidade consistentes com os principais fenómenos demográficos.

Na resolução do problema (7), são considerados os quocientes de mortalidade correspondentes às idades  $x$  no intervalo  $x \in [0, 100]$ . No entanto, a tábua de mortalidade graduada preserva a estimativa bruta do quociente relativo à idade 0 (mortalidade infantil). Nas idades em que o número de óbitos registados no período foi

nulo ou escasso (e.g., nas idades mais jovens e avançadas), procedeu-se ao agrupamento das idades contíguas até que a soma dos óbitos esperados fosse maior ou igual a 5. As estimativas dos parâmetros dos modelos (obtidas com base no método de máxima-verosimilhança) e os resultados dos testes de qualidade do ajustamento foram obtidos com recurso a uma rotina informática especialmente escrita para o efeito.

Software utilizado: SPlus

## MÉTODO DE EXTRAPOLAÇÃO DOS QUOCIENTES DE MORTALIDADE NAS IDADES AVANÇADAS E FECHO DA TÁBUA

Nas idades avançadas (superiores a 85 anos), a irregularidade detectada nas estimativas brutas dos quocientes, aconselha a utilização de um método de extrapolação e de fecho da tábua de mortalidade. O método deve ajustar as estimativas brutas dos quocientes de mortalidade e ser, simultaneamente, compatível com as tendências detectadas a nível nacional e internacional no comportamento da mortalidade nas idades avançadas, nomeadamente com a evidência empírica de que existe uma desaceleração na taxa de crescimento a partir de uma certa idade.

Para extrapolação dos quocientes de mortalidade nas idades avançadas aplicou-se o método desenvolvido por Denuit e Goderniaux (2005). Este método trabalha com base nos quocientes de mortalidade  $q_x$  e introduz condições de fecho nas tábuas. Em termos formais, envolve o ajustamento, pelo método dos mínimos quadrados, do modelo log-quadrático

$$\ln \hat{q}_x = a + bx + cx^2 + \epsilon_x, \quad \epsilon_x \sim N(0, \sigma^2) \quad (4)$$

às observações relativas às idades mais elevadas (e.g.,  $x \geq 75$ ), respeitando duas restrições:

$$q_{x_{\max}} = 1 \quad (5)$$

$$q'_{x_{\max}} = 0. \quad (6)$$

Em (6),  $q'_x$  designa a primeira derivada de  $q_x$  com respeito à idade  $x$  e  $x_{\max}$  denota a idade máxima admitida. Demonstra-se que a verificação das restrições (5) e (6) nos permite rescrever o modelo em função de um único parâmetro:

$$\ln \hat{q}_x = (x_{\max}^2 - 2x(x_{\max}) + x^2)c + \epsilon_x, \quad \epsilon_x \sim N(0, \sigma^2) \quad (7)$$

As restrições impõem à curva dos quocientes de mortalidade uma configuração côncava nas idades elevadas e a existência de uma tangente horizontal no ponto  $x = x_{\max}$ . A restrição (6) visa impedir um eventual decréscimo dos quocientes nas idades avançadas.

Para determinar a idade a partir da qual as estimativas brutas  $\hat{q}_x$  são substituídas pelos valores ajustados provenientes do modelo (4) (idade de corte), recorre-se a um procedimento que considera como critério de optimização a maximização do coeficiente de determinação  $R^2$ , fazendo variar a idade de corte,  $x_0$ , num intervalo entre, por exemplo, os 70 e os 95 anos. Para evitar as descontinuidades em torno de  $x_0$ , e de forma a garantir uma transição suave entre as estimativas brutas e os valores ajustados, adopta-se um método de alisamento da série em torno de  $x_0$ , utilizando para tal uma média geométrica de  $q_x$  nas idades  $x = (x_0 - 5), \dots, (x_0 + 5)$ .

Software utilizado: SAS

## CÁLCULO DAS FUNÇÕES DA TÁBUA DE MORTALIDADE

Estimada a série de quocientes de mortalidade por idade  $\{q_x\}_{x=0}^{\omega-1}$ , onde  $\omega$  denota a idade máxima admissível, a probabilidade de sobrevivência entre as idades  $x$  e  $x+1$  é dada por:

$$p_x = 1 - q_x \quad (8)$$

para cada uma das idades.

Para um dado valor da raiz da tábu (e.g.,  $l_0 = 100000$ ), o número de sobreviventes à idade  $x$ ,  $l_x$ , é dado por:

$$l_x = l_{x-1}(1 - q_{x-1}) = l_{x-1} - d_{x-1} \quad (9)$$

A distribuição do número de óbitos por idade na tábu,  $d_x$ , é determinada por

$$d_x = l_x \cdot q_x = l_x - l_{x+1} \quad (10)$$

O número de anos completos vividos pelos sobreviventes  $l_x$  no intervalo  $[x, x+1)$ ,  $L_x$ , é calculado mediante:

$$L_x = l_x - (1 - a_x) \cdot d_x \quad (11)$$

onde  $a_x$  denota o número médio de anos vividos no intervalo  $[x, x+1)$  pelos indivíduos que falecem à idade  $x$ . Admitindo que os óbitos se distribuem de forma uniforme nos triângulos em que se decompõe o quadrado de Lexis e calculando os quocientes de mortalidade com base na equação (2),  $a_x$  é dado por:

$$a_x = \frac{\frac{1}{3}(d_{x,t,g}^L + d_{x,t+1,g+1}^L) + \frac{2}{3}(d_{x,t+1,g}^U + d_{x,t+2,g+1}^U)}{d_{x,t,g}^L + d_{x,t+1,g+1}^L + d_{x,t+1,g}^U + d_{x,t+2,g+1}^U} \quad (12)$$

Para a idade  $x=0$ , o valor de  $L_0$  é determinado aplicando directamente a equação (11) considerando o valor de  $a_x$  calculado segundo (12). Nas restantes idades, assume-se que os óbitos se distribuem de forma uniforme no intervalo  $[x, x+1)$ , donde resulta que  $a_x = 0.5$ . Nesse caso, a função  $L_x$  (11) é calculada por:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} = l_x - \frac{1}{2} d_x, \quad x = 1, 2, \dots \quad (13)$$

O total de anos completos vividos pela geração após a idade  $x$ ,  $T_x$ , é calculado por:

$$T_x = \sum_{t=0}^{\omega-1} L_{x+t} \quad (14)$$

A esperança de vida completa à idade  $x$ ,  $e_x$ , é dada por:

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \quad (15)$$



**29. Séries Temporais (se aplicável)**

Disponível série para PT desde 1980-1982 e para NUTS II (2002) desde 1999-2001.

**30. Confidencialidade dos dados (se aplicável)**

Não se aplica.

**31. Avaliação da Qualidade Estatística**

Não aplicável.

**32. Recomendações Nacionais e Internacionais (se aplicável)**

Segue as recomendações metodológicas do CSE e da ONU.

### **III - CONCEITOS**

Código: 7652

Designação: **Anos completos vividos após a idade X**

Definição: Número de anos completos vividos pelos sobreviventes  $l_x$  após a idade exacta  $x$ .

Notas: esta função é representada na tábua de mortalidade como  $T_x$ .

Código: 7651

Designação: **Anos completos vividos entre as idades exactas X e (X + N)**

Definição: Número de anos completos vividos pelos sobreviventes  $l_x$  entre as idades exactas  $x$  e  $(x + n)$ .

Notas: esta função é representada na tábua de mortalidade como  $nL_x$ .

Código: 3799

Designação: **Esperança de vida numa determinada idade (ex)**

Definição: Número médio de anos que uma pessoa que atinja a idade exacta  $x$  pode esperar ainda viver, mantendo-se as taxas de mortalidade por idades observadas no momento.

Código: 3800

Designação: **Esperança de vida à nascença ( $e_0$ )**

Definição: Número médio de anos que uma pessoa à nascença pode esperar viver, mantendo-se as taxas de mortalidade por idades observadas no momento.

Código: 180

Designação: **Idade**

Definição: Intervalo de tempo que decorre entre a data do nascimento (dia, mês e ano) e as 0 horas da data de referência. A idade é expressa em anos completos, salvo se tratar de crianças com menos de 1 ano, devendo nestes casos ser expressa em meses, semanas ou dias completos.

Código: 199

Designação: **Nado-vivo**

Definição: O produto do nascimento vivo.

Código: 3374

Designação: **Nascimento vivo**

Definição: É a expulsão ou extracção completa, relativamente ao corpo materno e independentemente da duração da gravidez, do produto da fecundação que, após esta separação, respire ou manifeste quaisquer outros sinais de vida, tais como pulsações do coração ou do cordão umbilical ou contracção efectiva de qualquer músculo sujeito à acção da vontade, quer o cordão umbilical tenha sido cortado, quer não, e quer a placenta esteja ou não retida.

Código: 202

Designação: **Óbito**

Definição: Cessação irreversível das funções do tronco cerebral.

Código: 7650

Designação: **Óbitos entre as idades exactas X e (X + N)**

Definição: Número de óbitos da geração inicial de 100 000 nados vivos entre as idades exactas x e (x + n).

Notas: esta função é representada na tábua de mortalidade como ndx.

Código: 208

Designação: **População residente**

Definição: Conjunto de indivíduos que, independentemente de estarem presentes ou ausentes num determinado alojamento no momento censitário, viveram no seu local de residência habitual por um período contínuo de, pelo menos, 12 meses anteriores ao momento censitário, ou que chegaram ao seu local de residência habitual durante o período correspondente aos 12 meses anteriores ao momento censitário, com a intenção de aí permanecer por um período mínimo de um ano.

Código: 7653

Designação: **Quociente de mortalidade entre as idades exactas X e (X + N)**

Definição: Probabilidade de um indivíduo que atingiu a idade x falecer antes de atingir a idade (x+n).

Notas: esta função é representada na tábua de mortalidade como nxq.

Código: 3642

Designação: **Residência principal/habitual**

Definição: Alojamento que constitui a residência de pelo menos um agregado familiar durante a maior parte do ano, ou para onde um agregado tenha transferido a totalidade ou maior parte dos seus haveres.

Código: 7649

Designação: **Sobreviventes à idade exacta X**

Definição: Número de sobreviventes à idade exacta x de uma geração inicial de 100 000 nados vivos (raiz da tábua).

Notas: esta função é representada na tábua de mortalidade como  $l_x$ .

#### **IV – CLASSIFICAÇÕES**

**Código:** V00034

**Sigla:** NUTS 2002

**Designação:** Nomenclatura das Unidades Territoriais para Fins Estatísticos, Versão de 2002.

**Código:** V00045

**Sigla:**

**Designação:** Sexo (Demografia)

**Código:** V00077

**Sigla:**

**Designação:** Classificações Internacionais Standard de Idades (Demografia)

#### **V – VARIÁVEIS**

##### **33. Variáveis de Observação**

Não aplicável.

##### **34. Variáveis Derivadas**

Não aplicável.

### 35. Informação a disponibilizar

Indicador		Variável medida			Dimensões de análise					
		código	data início vigência	designação	código	data início vigência	designação	Classificação/ versão associada		
								código	designação	nível
0001741	Quociente de mortalidade (Metodologia 2007) por Local de residência (NUTS - 2002), Sexo e Idade; Anual	4679	03-06-2008	Quociente de mortalidade (Metodologia 2007)	190	03-08-2005	Período de referência dos dados	-	-	-
					176	02-08-2005	Local de residência (NUTS - 2002)	00320	NUTS 2002 completa (lista cumulativa - PT, NUTS I, II, III, CC, FR)	3
					310	01-01-2005	Sexo	00305	Sexo (difusão-HM)	2
					4676	03-06-2008	Idade	01235	Idades (tábua completa de mortalidade)	1
0001742	Sobreviventes em 100 mil nados-vivos (Metodologia 2007 - N.º) por Local de residência (NUTS - 2002), Sexo e Idade; Anual	4677	03-06-2008	Sobreviventes em 100 mil nados-vivos (Metodologia 2007 - N.º)	190	03-08-2005	Período de referência dos dados	-	-	-
					176	02-08-2005	Local de residência (NUTS - 2002)	00320	NUTS 2002 completa (lista cumulativa - PT, NUTS I, II, III, CC, FR)	3
					310	01-01-2005	Sexo	00305	Sexo (difusão-HM)	2
					4676	03-06-2008	Idade	01235	Idades (tábua completa de mortalidade)	1
0001743	Óbitos entre as idades exactas x e (x+1) (Metodologia 2007 - N.º) por Local de residência (NUTS - 2002), Sexo e Idade; Anual	4683	04-06-2008	Óbitos entre as idades exactas x e (x+1) (Metodologia 2007 - N.º)	190	03-08-2005	Período de referência dos dados	-	-	-
					176	02-08-2005	Local de residência (NUTS - 2002)	00320	NUTS 2002 completa (lista cumulativa - PT, NUTS I, II, III, CC, FR)	3
					310	01-01-2005	Sexo	00305	Sexo (difusão-HM)	2
					4676	03-06-2008	Idade	01235	Idades (tábua completa de mortalidade)	1
0001744	Sobreviventes entre as idades exactas x e (x+1) (Metodologia 2007 - Ano completo) por Local de residência (NUTS - 2002), Sexo e Idade; Anual	4684	04-06-2008	Sobreviventes entre as idades exactas x e (x+1) (Metodologia 2007 - Ano completo)	190	03-08-2005	Período de referência dos dados	-	-	-
					176	02-08-2005	Local de residência (NUTS - 2002)	00320	NUTS 2002 completa (lista cumulativa - PT, NUTS I, II, III, CC, FR)	3
					310	01-01-2005	Sexo	00305	Sexo (difusão-HM)	2
					4676	03-06-2008	Idade	01235	Idades (tábua completa de mortalidade)	1
0001745	Anos completos após a idade x (Metodologia 2007 - Ano completo) por Local de residência (NUTS - 2002), Sexo e Idade; Anual	4693	04-06-2008	Anos completos após a idade x (Metodologia 2007 - Ano completo)	190	03-08-2005	Período de referência dos dados	-	-	-
					176	02-08-2005	Local de residência (NUTS - 2002)	00320	NUTS 2002 completa (lista cumulativa - PT, NUTS I, II, III, CC, FR)	3
					310	01-01-2005	Sexo	00305	Sexo (difusão-HM)	2
					4676	03-06-2008	Idade	01235	Idades (tábua completa de mortalidade)	1
0001746	Esperança média de vida (Metodologia 2007 - Ano) por Local de residência (NUTS - 2002), Sexo e Idade; Anual	4694	04-06-2008	Esperança média de vida (Metodologia 2007 - Anos)	190	03-08-2005	Período de referência dos dados	-	-	-
					176	02-08-2005	Local de residência (NUTS - 2002)	00320	NUTS 2002 completa (lista cumulativa - PT, NUTS I, II, III, CC, FR)	3
					310	01-01-2005	Sexo	00305	Sexo (difusão-HM)	2
					4676	03-06-2008	Idade	01235	Idades (tábua completa de mortalidade)	1

## **VI – SUPORTES DE RECOLHA**

### **36. Questionários**

Não se aplica.

### **37. Ficheiros**

Não se aplica.

## **VII – ABREVIATURAS E ACRÓNIMOS**

ACS – Alto Comissário da Saúde

DES/DM - Departamento de Estatísticas Sociais/Serviço de Estatísticas Demográficas

DREM - Direcção Regional de Estatística da Madeira

EUROSTAT - Serviço de Estatística das Comunidades Europeias

INE – Instituto Nacional de Estatística, I.P.

MTSS – Ministério do Trabalho e da Solidariedade Social

NUTS - Nomenclatura das Unidades Territoriais para fins Estatísticos

SEN - Sistema Estatístico Nacional

SIGINE – Sistema de Informação e Gestão do INE

SREA - Serviço Regional de Estatísticas dos Açores

## **VIII – Bibliografia**

Brass, W. (1971). On the scale of mortality. In: Biological Aspects of Demography, London Taylor and Francis.

Bravo, J. M. (2007). Tábuas de Mortalidade Contemporâneas e Prospectivas: Modelos Estocásticos, Aplicações Actuariais e Cobertura do Risco de Longevidade. Dissertação de Doutoramento em Economia, Universidade de Évora, Portugal.

Carrilho, M. J. e Patrício, L. (2004). Tábuas de mortalidade em Portugal. Revista de Estudos Demográficos, nº 36, INE, 2004.

Coale, A. e Guo, G. (1989). Revised regional model life tables at very low levels of mortality. Population Index, 55, 613-643.

Coale, A. e Kisker, E. (1990). Defects in data on old age mortality in the United States: new procedures for calculating approximately accurate mortality schedules and life tables at the highest ages. Asian and Pacific Population Forum, 4, 1-31.

Denuit, M. e Goderniaux, A. (2005). Closing and projecting lifetables using log-linear models. Bulletin de l'Association Suisse des Actuaries, 1, 29-49.

Forfar, D., McCutcheon, J. e Wilkie, A. (1988). On Graduation by Mathematical Formula. Journal of The Institute of Actuaries, 115, 1-149.

Heligman, L. e Pollard, J. (1980). The age pattern of mortality. Journal of the Institute of Actuaries, 107, 49-80.

Horiuchi, S. e Wilmoth, J. (1998). Deceleration in the age pattern of mortality at older ages. Demography, 35 (4), 391-412.

Kannisto, V. (1994). Development of oldest-old mortality, 1950-1990: Evidence from 28 developed countries. Odense University Press.

Kannistö, V. (1992). Development of oldest-old mortality, 1950-1990: Evidence from 28 developed countries. Odense University Press.

Lindbergson, M. (2001). Mortality Among the Elderly in Sweden 1988-1997. Scandinavian Actuarial Journal, 1, 79-94.

McCullagh, P e Nelder, J. (1989). Generalized Linear Models. Second Edition, Chapman & Hall, Lond

Olshansky, S. e Carnes, B. (1997). Ever since Gompertz. Demography, 34(1), 1-15.

Pitacco, E. (2000). Matematica e tecnica actuariale della assicurazioni sulla durata di vita. Lint – Editoriale Associati, Trieste.

Thatcher, R., Kannisto, V. e Andreev, K. (2002). The Survivor Ratio Method for Estimating Numbers at high ages. Demographic Research, Vol. 6 (1), Max-Planck Institute for Demographic Research.